

## LES MÉTHODES DE DÉNOMBREMENT

*Dénombrer consiste à utiliser un moyen approprié pour exprimer une quantité d'unité par un nombre.*

### Tableau à double entrée

- ✓ Identifier les paramètres.
- ✓ Construire le tableau.
- ✓ Compléter le tableau.
- ✓ Dénombrer les solutions en comptant le nombre de cases remplies.

Exemple : Marie a acheté des gommettes de différentes formes et de différentes couleurs.  
Il y a des gommettes bleues, roses, violettes et jaunes.  
Elles sont rondes, en cœur, en trapèze et en étoiles.  
Combien peut-elle avoir de types de gommettes différentes ?

	Bleues	Roses	Violettes	Jaunes
Gommettes rondes ○	×	×	×	×
Gommettes en cœur ♥	×	×	×	×
Gommettes en trapèze ▭	×	×	×	×
Gommettes en étoiles ☆	×	×	×	×

Si on remplit entièrement le tableau, il y aura  $4 \times 4$  cases de remplies soit un total de 16.  
Il y aura donc 16 types de gommettes possibles

### L'arbre des choix

- ✓ Identifier les paramètres.
- ✓ Établir l'arbre.
- ✓ Compléter l'arbre.
- ✓ Dénombrer les solutions.

Exemple : Au restaurant, le menu propose :  
3 entrées  $\Rightarrow$  salade, œuf mayonnaise ou charcuterie.  
4 plats  $\Rightarrow$  viande, poisson, couscous ou burger végétarien  
3 desserts  $\Rightarrow$  fromage blanc, mousse au chocolat ou salade de fruits.  
Combien de menus peuvent être composés avec une entrée + un plat + un dessert ?



## LES MÉTHODES DE DÉNOMBREMENT

ENTRÉES	PLATS	DESSERTS
<i>Salade</i>	<i>Viandes</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
	<i>Poissons</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
	<i>Couscous</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
	<i>Burger</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
<i>Œuf mayonnaise</i>	<i>Viandes</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
	<i>Poissons</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
	<i>Couscous</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
	<i>Burger</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
<i>Charcuterie</i>	<i>Viandes</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
	<i>Poissons</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
	<i>Couscous</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>
	<i>Burger</i>	<i>Fromage blanc</i>
		<i>Mousse au chocolat</i>
		<i>Salade de fruit</i>

*Il y a 3 entrées x 4 plats x 3 desserts, soit 36 menus possibles.*



## LES MÉTHODES DE DÉNOMBREMENT

### Organisation et raisonnement

*Parfois, le recours à un schéma n'est pas nécessaire ou trop fastidieux. Il faut seulement faire preuve d'organisation.*

*Exemple : Lors d'une conférence, 50 personnes se rencontrent et se serrent la main. Sachant que chaque personne sert la main à toutes les autres, combien de poignées de mains seront ainsi échangées ?*

*→ Il y a 50 personnes. La 50<sup>e</sup> personne serre 49 mains. La 49<sup>e</sup> personne serre 48 mains (puisque la 50<sup>e</sup> personne lui a déjà serré la main). La 48<sup>e</sup> personne serre 47 mains, et ainsi de suite.*

*Le nombre de poignées de mains échangées est donc égal à :*

$$S = 49 + 48 + 47 + \dots + 3 + 2 + 1.$$

*Pour calculer plus facilement cette somme, il est judicieux de l'écrire à l'envers et d'additionner terme à terme :*

$$S = 49 + 48 + 47 + \dots + 3 + 2 + 1.$$

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 47 + 48 + 49.$$

*On obtient donc :  $2S = 50 + 50 + 50 \dots$  (49 fois)  $\rightarrow 2S = 49 \times 50$  donc  $S = 49 \times 25 = 1225$ . 1225 poignées de mains seront échangées lors de la conférence.*

*On en déduit la méthode générale :*

$$S = n + (n - 1) + (n - 2) + (n - 3) + \dots + 3 + 2 + 1.$$

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n.$$

$$2S = (n + 1) + (n + 1) + (n + 1) \dots \text{répété } n \text{ fois.}$$

$$\text{Donc } S = \frac{n(n+1)}{2}$$

