

FICHE N°7 - PROBABILITÉS

Expériences aléatoires

Une expérience est dite « aléatoire » si elle vérifie deux conditions :

- Elle conduit à des résultats possibles qu'on peut parfaitement nommer ;
- On ne sait pas quel sera le résultat qui va se produire quand on fera l'expérience.

Par exemple, jouer à **pile ou face** est une expérience aléatoire : on sait que la pièce tombera sur pile ou sur face, sans savoir quel sera le résultat.

Événement

À partir d'une expérience aléatoire, on peut définir des événements. Ce sont des ensembles de résultats.

Par exemple, si l'on jette un dé et qu'il **tombe sur un chiffre pair**, c'est un événement. En effet, « tomber sur un chiffre pair » est l'ensemble des résultats : « tomber sur un 2 », « tomber sur un 4 », « tomber sur un 6 ».

Probabilité

Pour certaines expériences aléatoires, on peut déterminer par un quotient la « chance » qu'un événement se produise. Quand on reproduit une expérience aléatoire de nombreuses fois, la fréquence de n'importe quel événement (tomber sur face, tirer un chiffre pair, etc.) va finir par se stabiliser autour d'un nombre. Ce nombre est appelé probabilité de l'événement.

a. Propriété des probabilités

Propriété 1 : Quand les résultats d'une expérience aléatoire ont tous la même chance de se produire, la probabilité de l'événement est égale à :

$$\frac{\text{Nombre de résultats favorables à la réalisation de l'événement}}{\text{Nombre de résultats possibles}}$$

Exemple : On lance un dé à 6 faces, dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Quelle est la probabilité qu'il « tombe » sur un chiffre pair ? Les résultats favorables sont : 2, 4 et 6. Il y a donc 3 résultats favorables à la réalisation de l'événement. Le nombre de résultats total possibles est de 6 (puisque le dé a 6 faces). La probabilité de tomber sur un nombre pair est donc de $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



FICHE N°7 - PROBABILITÉS

Propriété 2 : La probabilité d'un événement est toujours comprise entre 0 et 1.

Propriété 3 : La somme des probabilités de toute expérience aléatoire est égale à 1.

b. Probabilité de l'événement contraire.

Dans une expérience aléatoire, l'événement contraire de A est « non A ».

Propriété 4 : Si P est la probabilité d'un événement, alors $1 - P$ est la probabilité de l'événement contraire.

Exemple : Dans une expérience avec des jetons numérotés, on sait que la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est de $\frac{1}{3}$. La probabilité de ne pas obtenir de multiple de 3 est donc de $\frac{2}{3}$.

c. Probabilité des événements indépendants

Deux événements d'une expérience aléatoire sont indépendants si les résultats de l'un n'ont aucune influence sur les résultats de l'autre.

Propriété 5 : Si A et B sont deux événements indépendants, alors la probabilité (P) de l'événement A et B est : $P(A \text{ et } B) = P(A) \times P(B)$.

Exemple : Le sachet A contient 2 bonbons rouges et 3 bonbons verts. Le sachet B contient 5 bonbons jaunes et 3 bonbons bleus. « Tirer un bonbon rouge du sachet A » et « Tirer un bonbon jaune du sachet B » sont deux événements indépendants. La probabilité de « Tirer un bonbon rouge du sachet A + un bonbon jaune du sachet B » est de :

Probabilité 1 de tirer un bonbon rouge = $\frac{2}{5}$ **Probabilité 2** de tirer un bonbon jaune = $\frac{5}{8}$

Probabilité 1 \times **Probabilité 2** = $\frac{2}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

Il y a donc $\frac{1}{4}$ de « chance » de tirer un bonbon rouge du sachet A et un bonbon jaune du sachet B.

d. Probabilité des événements incompatibles

Deux événements A et B sont incompatibles s'ils ne peuvent pas se produire simultanément, c'est à dire si la probabilité de « A et B » est nulle.

Propriété 5 : Si A et B sont deux événements incompatibles, alors la probabilité de l'événement A ou B est : $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$



FICHE N°7 - PROBABILITÉS

Exemple : Si on lance un dé à 6 faces, les événements « Obtenir le chiffre 2 » et « Obtenir un nombre impair » sont incompatibles. En revanche, la probabilité « Obtenir le chiffre 2 » ou « Obtenir un nombre impair » est égale à la somme « Probabilité d'obtenir le chiffre 2 » + « Probabilité d'obtenir un nombre impair », soit :

« Probabilité d'obtenir le chiffre 2 » : $\frac{1}{6}$ « Probabilité d'obtenir un nombre impair » : $\frac{3}{6}$.

$$= \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Il y a donc $\frac{2}{3}$ de « chance » d'obtenir le chiffre 2 ou d'obtenir un nombre impair.

Attention : si les événements ne sont pas incompatibles, alors :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ et } B).$$

C'est par exemple le cas si on veut connaître la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ou un chiffre pair : il faut calculer la probabilité d'avoir un multiple de 3 + la probabilité d'avoir un chiffre pair - la probabilité d'avoir un multiple de 3 et un chiffre pair.

