FICHE N°8 – GÉOMÉTRIE PLANE

***Cycle 1 et 2** : géométrie perceptive, qui consiste à reconnaître des objets géométriques à vue d'œil et à les tracer à main levée. On utilise progressivement la règle au CP et l'équerre au CE1.*
***Cycle 3 et 6ème** : géométrie instrumentée qui fait appel à des instruments de géométrie (équerre, règle, compas) pour construire des figures en s'appuyant sur des propriétés connues (parallélisme, perpendicularité, longueurs égales).*

Vocabulaire de la géométrie

Dessins : ce sont des objets concrets sur lesquels on peut mesurer, contrôler les angles…
Figures : ce sont des objets idéaux qui ne respectent pas les mesures mais contiennent des infos qui permettent d'évoquer des objets géométriques et de raisonner à leur sujet. Ils aident à résoudre les problèmes.
Espace sensible : il est constitué d'objets concrets représentés par des dessins.
Espace géométrique : il est constitué d'objets idéaux, représentés par des figures.
Problème de modélisation : il fait intervenir des objets concrets mais ne peut pas être résolu de façon pratique (contrainte). Sa résolution passe par des concepts géométriques (Pythagore, Thalès, etc.).
Problème géométrique : il ne fait intervenir que des objets idéaux.
Concepts : ils se construisent grâce aux connaissances spatiales des élèves, qui leur permettront de passer peu à peu à des connaissances géométriques. Ils évoquent des objets (point, triangle, angles…) ou des relations géométriques (appartenance, parallélisme, perpendicularité, alignement…). On peut représenter les concepts par des dessins (qui représentent un objet physique ou idéal) ou des schémas (à main levée).
Instrument : les instruments de géométrie sont formés de 3 composantes. L'artéfact (l'objet en lui-même) qui a un but précis, doit être utilisé selon une certaine technique. Une théorie sous-jacente accompagne l'usage de l'instrument.

Problèmes et procédures

Reconnaitre une figure simple (= un concept) à partir d'une représentation

1. *L'élève reconnaît la figure à vue d'œil de manière globale. Il tourne la figure pour la rendre « horizontale » si besoin. On appelle ça la position prototypique. C'est une reconnaissance globale.*
2. *L'élève reconnaît la figure à vue d'œil en se basant sur les propriétés caractéristiques de la figure (exemple : les 3 angles droits si c'est un carré). C'est une reconnaissance analytique.*
3. *L'élève utilise les instruments pour reconnaître la figure. Des connaissances sur les propriétés sont nécessaires.*

Variables didactiques
→ *Présence (ou non) d'instruments*

FICHE N°8 – GÉOMÉTRIE PLANE

- → *Fait que la figure soit isolée ou comprise dans un ensemble complexe (ce qui est + difficile)*
- → *Fait que la figure à reconnaître soit en position prototypique ou non*

Construire la représentation d'une figure simple (=concept)

❶ *L'élève anticipe mentalement le produit fini (figure prototypique mentale) puis élabore une procédure de tracé et exécute ce tracé.*

Variables didactiques

- → *Figure à compléter ou à construire entièrement*
- → *Le début de la construction à compléter est donné en position prototypique (ou non)*
- → *Nature de la figure à construire (un losange est plus difficile qu'un rectangle).*

Difficultés et erreurs

- → *L'élève n'arrive pas à mobiliser d'images mentales anticipatrices (surtout quand le tracé à compléter n'est pas en position prototypique)*
- → *L'élève n'arrive pas à bien utiliser les instruments*
- → *L'élève confond le vocabulaire (parallèle et perpendiculaire)*
- → *L'élève confond les objets géométriques (carré, rectangle, losange…)*

Remédiation

- → *Manipuler des objets géométriques pour classer, faire rentrer des objets dans une boite à trous…*
- → *Tracer des objets à mains levée pour libérer l'élève de l'usage des instruments et se focaliser sur l'image mentale*

Construire une figure en suivant un cahier des charges

À partir d'un texte (exemple : Trace un triangle ABC, où BC = 6 cm et AB = 3 cm)

❶ *L'élève imagine le dessin ou effectue un schéma à main levée, puis imagine un programme de tracé.*

À partir d'un schéma (exemple : Tracer avec précision la figure dont voici le schéma à main levée…)

❶ *L'élève mobilise ses connaissances des propriétés de la figure représentée, puis imagine un programme de tracé.*

FICHE N°8 – GÉOMÉTRIE PLANE

Variables didactiques

- Type de support : papier blanc ou quadrillé.
- Instruments dont disposent les élèves.
- Spécificités des dessins à réaliser : nombre d'étapes de la procédure, familiarité avec la figure.
- Taille de l'espace dans lequel la figure doit être réalisée.

Difficultés et erreurs

- L'élève ne connaît par les propriétés nécessaires pour trouver la procédure de tracé.
- L'élève ne s'autorise pas à dessiner un schéma car il pense qu'il faut immédiatement faire une figure précise.
- L'élève a du mal à faire un schéma car il cherche à le dessiner trop précisément.
- L'élève a du mal à lire le schéma donné dans la consigne.

Reproduire une figure à l'échelle 1

Sur papier blanc

1. L'élève analyse la figure et imagine un programme de tracé puis il exécute son tracé.
   - Repérer les figures de bases qui constituent la figure entière et les relations visibles (parallèles, etc.).
   - Repérer les liens entre ces figures (tel segment est aussi le diamètre de tel cercle)
   - Définir une chronologie des différents tracés
   - La validation du tracé peut se faire par superposition.

Sur papier quadrillé

1. L'élève peut reproduire la figure de proche en proche en positionnant les points caractéristiques de la figure (sommets par exemple) les uns par rapport aux autres.

Variables didactiques

- Support de reproduction : papier blanc ou quadrillé
- Figures de base : isolées ou à isoler ? en position prototypique ou non ?
- Chronologie de la construction importante ou non ?
- Liens entre les figures de bases visibles ou à construire ?

Difficultés et erreurs

- Difficulté à repérer les figures et les propriétés dans une figure complexe
- Difficulté à identifier les relations entre les figures élémentaires

FICHE N°8 – GÉOMÉTRIE PLANE

- *Difficulté à établir une chronologie des tracés car il faut construire mentalement une partie de la figure Difficulté à exécuter les tracés géométriques (compter le nombre de carreaux sur du papier quadrillé…)*

Agrandir ou réduire une figure

1. *L'élève utilise la proportionnalité et les propriétés de conservation des angles.*
2. *L'élève utilise une méthode géométrique qui s'appuie sur les propriétés de conservation de l'alignement, des angles, du parallélisme, de l'égalité de longueur, du milieu d'un segment. Cela suppose qu'on donne la figure + un début d'agrandissement.*

Variables didactiques

- *Nature du coefficient d'agrandissement : entier ou décimal (simple ou complexe)*
- *Relations entre les mesures de la figure à agrandir : méthode ① si relations simples (par exemple, si chaque mesure est un multiple d'une des dimensions) et méthode ② si relations complexes.*
- *Possibilité de disposer d'une règle graduée ou non*
- *Présence de relations géométriques dans la figure (alignement, milieu) qui permettent d'utiliser ces propriétés*

Difficultés et erreurs

- *Difficulté à repérer les relations entre les éléments de la figure (surtout si certaines ne sont pas visibles de suite)*
- *Tentation du « modèle additif » (pour passer de 4 à 6 cm, on ajoute 2 au lieu de multiplier par 1,5)*
- *L'élève place approximativement certains points alors que d'autres sont placés correctement*
- *Difficulté à exécuter les tracés géométriques (compter le nombre de carreaux sur du papier quadrillé…)*

Décrire une figure

Pour faciliter son identification par un camarade

1. *L'élève donne le nombre de sommets de la figure ou la nomme (rectangle, triangle…).*

Pour qu'un camarade puisse la reproduire

FICHE N°8 – GÉOMÉTRIE PLANE

❶ *L'élève analyse la figure (cf. Reproduire une figure) et communique les différentes étapes de construction. Le vocabulaire n'est pas forcément mathématique mais ce n'est pas important si les élèves se comprennent.*

Variables didactiques

- *Support de reproduction : papier blanc ou quadrillé*
- *Figures de base : isolées ou à isoler ? en position prototypique ou non ?*
- *Chronologie de la construction importante ou non ?*
- *Liens entre les figures de bases visibles ou à construire ?*

Difficultés et erreurs

- *Difficulté à repérer les figures et les propriétés dans une figure complexe.*
- *Difficulté à identifier les relations entre les figures élémentaires.*
- *Difficulté à établir une chronologie des tracés car il faut construire mentalement une partie de la figure Difficulté à exécuter les tracés géométriques (compter le nombre de carreaux sur du papier quadrillé…).*
- *Difficulté à utiliser un vocabulaire adéquat, souvent méconnu des élèves.*
- *Mauvaise connaissance des propriétés des figures de base à décrire.*
- *Difficulté à « se mettre à la place de l'autre » (oubli de précisions importantes qui semblent évidentes…).*
- *Difficulté à nommer certains points de la figure, auxquels il faudrait donner un nom… les élèves n'osent pas le faire.*
- *Difficulté à saisir le sens de l'activité : faut-il être compris de son interlocuteur ? faut-il montrer à l'enseignant ce qu'on sait, sans se soucier d'être compris ?*

Trouver le ou les axe(s) de symétrie d'une figure

❶ *L'élève repère une sous-figure qui possède un axe de symétrie et suppose que cet axe est celui de la figure complète.*

❷ *L'élève repère des éléments de la figure qui sont symétriques entre eux et cherche leur axe de symétrie. Pour vérifier que l'axe de symétrie est bon, l'élève peut tracer mentalement (ou réellement) le symétrique de la figure ou effectuer mentalement le pliage et vérifier que les deux figures se superposent.*

Variables didactiques

- *Les outils : papier calque, géomiroir, ou rien du tout.*
- *Le support : papier quadrillé (axe sur une ligne de quadrillage ou non), papier blanc.*
- *Caractéristiques de la figure : orientation de l'axe, nombre d'axes, familiarité de l'élève avec la figure.*
- *Figures de bases : isolées ou non, éléments superposables non symétriques (piège !).*

FICHE N°8 – GÉOMÉTRIE PLANE

Difficultés et erreurs

- *Difficultés à mobiliser les images mentales de pliage ou de construction de symétrique.*
- *Théorème élève « Un axe de symétrie passe par le milieu de la figure », ce qui est faux.*
- *Les élèves privilégient souvent les axes de symétrie verticaux ou horizontaux au détriment des autres.*

Tracer le symétrique d'une figure par rapport à un axe

1. PLIAGE - *L'élève plie la feuille le long de l'axe de symétrie et décalque la figure par transparence.*
2. PAPIER CALQUE - *L'élève décalque la figure de départ avec l'axe puis retourne la feuille de papier calque et la place correctement sur l'axe (à la bonne hauteur). Il repasse le crayon sur la figure.*
3. PAPIER QUADRILLÉ

   Soit l'élève place le symétrique de tous les points remarquables de la figure et joint les sommets obtenus ; soit il place le symétrique d'un point et construit la figure à partir de ce point en « inversant » la figure de départ.

Variables didactiques

- *Consignes : pliage autorisé ou non ?*
- *Matériel : papier calque, géomiroir…*
- *Type d'axe : vertical, horizontal, oblique ?*
- *Type de figure : classique, composée de figures classiques, nombre de sommets…*
- *Taille de l'espace réservé à la réponse qui ne permet pas forcément d'écrire toutes les procédures.*

Difficultés et erreurs

- *Se tromper dans le dénombrement des carreaux du papier quadrillé.*
- *Construire le symétrique d'un point correctement mais déplacer seulement la figure en pensant que : « Le symétrique d'une figure est une figure identique située de l'autre côté de l'axe, à une même distance de l'axe que la figure objet. Il y a conservation de la nature, des dimensions et de la forme », ce qui est erroné.*
- *Suivre les lignes du quadrillage pour tracer le symétrique d'un point alors que l'axe est sur la diagonale des carreaux.*
- *Tracer le symétrique de tous les points mais se tromper en joignant ces points.*

FICHE N°8 – GÉOMÉTRIE PLANE

Géométrie dynamique

Les logiciels de géométrie dynamique présentent des figures qui « résistent aux déplacements » : si on veut déplacer la figure, il faut tirer sur un point. Si la figure a été bien construite, elle doit conserver ses propriétés quand on la déplace.

Utilisation en classe entière : l'enseignant projette son écran au tableau. Il peut montrer des figures, les déplacer, identifier certaines caractéristiques de figures en appliquant des procédures proposées par les élèves.

Utilisation en atelier : deux élèves par ordinateur dans une salle informatique. Les élèves ont des tâches de construction de figure dont on donne les caractéristiques (exemple : Construire un rectangle de 5 cm de longueur et 2 cm de largeur) ou de reproduction d'une figure donnée. Il faut penser à gérer l'hétérogénéité des élèves et à prévoir des exercices en plus pour ceux qui avancent vite. Préparer aussi une fiche de travail pour que les élèves notent leurs avancées. En fonction de ses objectifs, l'enseignant peut bloquer certains outils pour forcer les élèves à utiliser certaines procédures.

Exemples d'activités

- *Donner une suite d'instructions que les élèves doivent suivre et mettre en place (entraînement au logiciel)*
- *Reproduire une figure à partir d'un modèle papier*
- *Utilisation de « boites noires » : les élèves doivent deviner les procédures qui ont été utilisées pour construire une figure qui leur est donnée et qu'ils peuvent utiliser et déplacer.*

Les – : matériel info, bonne connaissance du logiciel, initiation des élèves à prévoir, le lien entre résistance au déplacement et conservation des propriétés n'est pas naturel, il faut que les élèves l'acceptent
Les + : motivation des élèves, travail en autonomie, auto-validation, complémentarité logiciel/papier-crayon