

FICHE N°10 - STATISTIQUES

Une étude statistique se base sur « une population », dont les éléments sont « des individus ». On choisit d'étudier un aspect de ces individus, qui est « le caractère ». Par exemple, un groupe (population) d'étudiants (individus) qui préparent le CRPE peut être étudié sur les caractères suivants : années d'études, situation familiale, etc.

Les caractères

On distingue deux types de caractères :

- **Les caractères quantitatifs** : nombre de...
 - **Quantitatifs discrets** : les valeurs sont des nombres entiers
 - **Quantitatifs continus** : les valeurs sont des nombres réels, souvent approchés par des décimaux
- **Les caractères qualitatifs** : nature de...

Effectifs et fréquences

L'effectif d'une valeur d'un caractère = nombre d'individus de la population étudiée qui a cette valeur. La fréquence d'une valeur d'un caractère = quotient de l'effectif par l'effectif total (souvent en %).

Exemple : Voici le nombre de frères et sœurs des élèves d'un groupe de chant :

1 ; 2 ; 5 ; 2 ; 3 ; 0 ; 1 ; 0 ; 4 ; 2

L'effectif de la série est de 10.

L'effectif des individus qui ont 1 seul frère ou 1 seule sœur est de 2.

La fréquence de cette valeur (avoir 1 seul frère ou 1 seule sœur) est de $2/10$, soit 20%.

Caractéristiques de position

a. Moyenne

La moyenne d'une série statistique = addition de toutes les données \div nombre total de données.

La moyenne est la valeur unique que devraient avoir tous les individus de la population étudiée pour que le total des valeurs soit inchangé.

La moyenne est toujours comprise entre la valeur minimale et la valeur maximale de la série.



FICHE N°10 - STATISTIQUES

b. Moyenne pondérée

La moyenne pondérée = addition des (valeurs × coefficient) ÷ somme des coefficients.

Il peut représenter une partition ou une fonction. La longueur des bâtons est forcément proportionnelle à une des grandeurs représentées.

Exemple : Lucie a eu 18 en français (coef. 3), 10 en maths (coef. 1) et 12 en allemand (coef. 2). Sa moyenne pondérée est donc de : $\frac{18 \times 3 + 10 \times 1 + 12 \times 2}{3 + 1 + 2} = 14.7$

c. Médiane

La médiane d'une série statistique est le nombre tel que, lorsque cette série est rangée dans l'ordre croissant, il y a autant de données supérieures à la médiane que de données inférieures.

*Si le nombre de données est **impair**, la médiane est une de ces données.*

*Si le nombre de données est **pair**, ce n'est pas le cas, sauf si les deux valeurs centrales sont égales.*

Exemple : La médiane de la série 4 ; 9 ; 11 ; 13 ; 17 ; 34 ; 62 est 13 (il y a 3 valeurs avant et 3 valeurs après). La médiane de la série 4 ; 9 ; 11 ; 13 ; 17 ; 34 ; 62, 70 est compris entre 13 et 17. C'est donc 15. La médiane de la série 5 ; 6 ; 8 ; 12 ; 12 ; 54 ; 62, 70 est 12.

Caractéristiques de dispersion

a. Étendues

Étendue d'une série statistique = plus grande des données – plus petite des données. C'est donc l'écart entre la donnée la plus grande et la donnée la plus petite.

Exemple 1 : L'étendue de la série 5 ; 6 ; 8 ; 12 ; 13 ; 54 ; 62 est égale à $62 - 5 = 57$



FICHE N°10 - STATISTIQUES

b. 1^{er} et 3^{ème} quartile

Si les données statistiques d'une série sont rangées dans l'ordre croissant, alors :

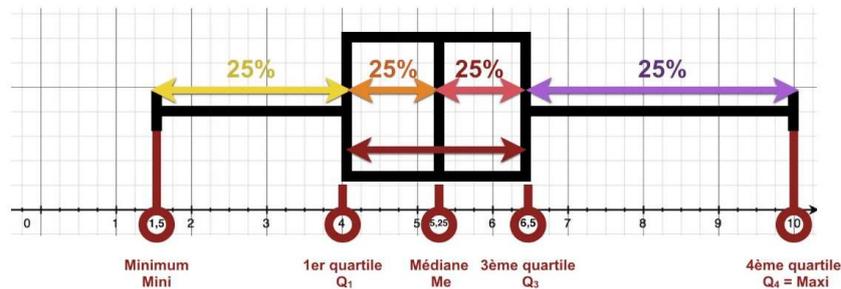
- le 1^{er} quartile (Q_1) = le plus petit élément des données, tel qu'au moins 25 % des données sont inférieures ou égales à Q_1 .
- le 3^{ème} quartile (Q_3) = le plus petit élément des données, tel qu'au moins 75 % des données sont inférieures ou égales à Q_3 .

Exemple : Le 1^{er} quartile de la série 5 ; 6 ; 8 ; 12 ; 13 ; 54 ; 62 ; 81 est 6.
 Le 3^{ème} quartile de cette même série est donc 54.

c. Diagramme en boîte à moustache

Ce diagramme sert à représenter sur un même plan la valeur minimale et la valeur maximale de la série, ainsi que la médiane et les 1^{er} et 3^{ème} quartiles.

L'écart entre les quartiles correspond à l'étendue de la série dont on a enlevé 25 % des plus petites valeurs et 25 % des plus grandes valeurs.



METHODE

1) Calculer la médiane d'une série statistique

- Ranger les nombres de la série dans l'ordre croissant.
- Déterminer l'effectif total de la série (nous l'appellerons N).
- Si N est impair, alors la médiane est donnée par $\frac{n-1}{2} + 1$. Le nombre obtenu correspond au « rang » qu'aura la médiane dans la série. C'est le nombre qui se situe « au milieu » de la série.
- Si N est pair, alors la médiane est le nombre qui se trouve « au milieu » de $\frac{n}{2}$ et de $\frac{n}{2} + 1$.



FICHE N°10 - STATISTIQUES

Exemple : La médiane de la série 5 ; 6 ; 8 ; 12 ; 13 ; 54 ; 62 est 12

En effet, $N = 7$, donc $\frac{7-1}{2} + 1 = 4$. La médiane sera au 4^{ème} rang de la série.

La médiane de la série 5 ; 6 ; 8 ; 12 ; 13 ; 54 ; 62, 70 est comprise entre 12 et 13. C'est donc 12,5.

En effet, $N = 8$, donc $\frac{8}{2} = 4$ et $\frac{8}{2} + 1 = 5$. La médiane sera le nombre qui se trouve « entre » le nombre du rang 4 et le nombre du 5, soit entre 12 et 13. Donc 12,5.

La médiane de la série 5 ; 6 ; 8 ; 12 ; 12 ; 54 ; 62, 70 est 12, puisque les nombres de rangs 4 et 5 sont les mêmes.

2) Déterminer le 1^{er} et le 3^{ème} quartile d'une série statistique

- Ranger les nombres de la série dans l'ordre croissant.
- Déterminer l'effectif total de la série (nous l'appellerons N).
- Si N est divisible par 4 alors le 1^{er} quartile est donné par le quotient $\frac{n}{4}$. Le nombre obtenu correspond au rang du 1^{er} quartile. Le 3^{ème} quartile sera donc égal à ce quotient multiplié par 3.
- Si N n'est pas divisible par 4, alors on détermine le plus petit entier supérieur au quotient de $\frac{n}{4}$. Cet entier le rang du 1^{er} quartile. Le plus petit entier supérieur à $3 \times \frac{n}{4}$ sera le rang du 3^{ème} quartile.

Exemple : Trouver le 1^{er} et le 3^{ème} quartile de la série : 5 ; 6 ; 8 ; 12 ; 13 ; 54 ; 62.

$N = 7$, donc $\frac{7}{4} = 1,75$. On prend le plus petit entier supérieur à 1,75, soit 2.

Le 1^{er} quartile est au deuxième rang de la série : il s'agit du nombre 6.

Pour trouver le 3^{ème} quartile, il suffit de multiplier 1,75 par 3. On obtient 5,25. Le plus petit entier supérieur est 6. Le 3^{ème} quartile se trouve donc au sixième rang de la série : c'est le nombre 54.

Trouver le 1^{er} et le 3^{ème} quartile de la série : 5 ; 8 ; 8 ; 16 ; 13 ; 60 ; 62 ; 75.

$N = 8$, donc $\frac{8}{4} = 2$. Le 1^{er} quartile est au deuxième rang de la série : il s'agit du nombre 8

Pour trouver le 3^{ème} quartile, il suffit de multiplier 2 par 3. On obtient 6.

Le 3^{ème} quartile se trouve donc au sixième rang de la série : c'est le nombre 60.

