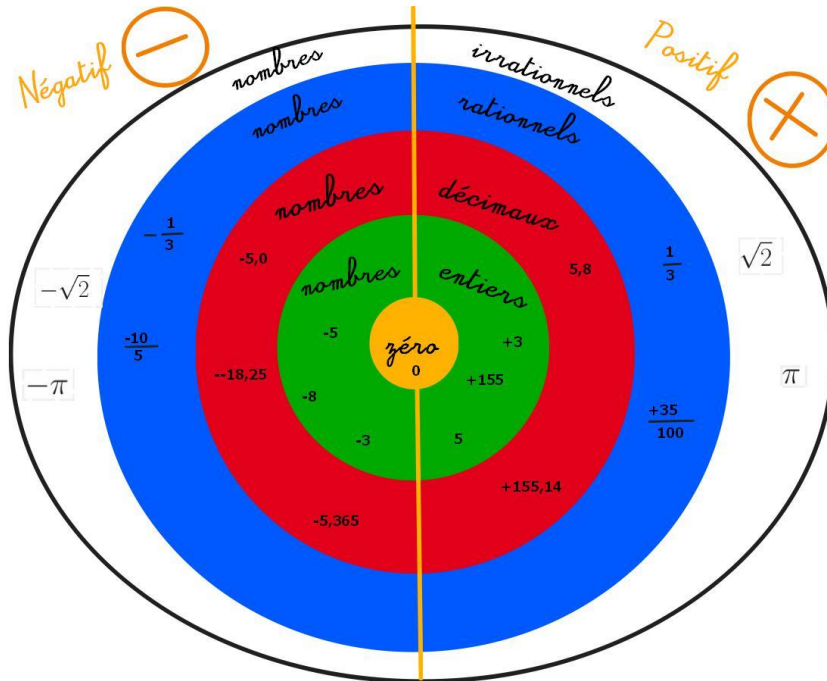


LES ENSEMBLES DE NOMBRES

Naturels $\in$ *Entiers* $\in$ *Décimaux* $\in$ *Rationnels* $\in$ *Réels*



Les nombres naturels

- ✓ Leur ensemble est noté $\mathbb{N}$.
- ✓ Leur liste est infinie.
- ✓ Ils sont forcément entiers.

Exemple : 0, 1, 2, 3, 12, 46, etc.

Les nombres entiers

- ✓ Leur ensemble est noté $\mathbb{Z}$.
- ✓ Ils ne comportent pas de virgule.
- ✓ Ils font partie de l'ensemble des nombres décimaux.

Exemple : 0, 1, 2, 3, 12, 46, 4/2, etc.



LES ENSEMBLES DE NOMBRES

Les nombres décimaux

- ✓ Leur ensemble est noté $\mathcal{D}$.
- ✓ Ils sont formés d'un nombre limité de chiffres et parfois d'une virgule.
- ✓ Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$.
- ✓ Une fraction représente un nombre décimal si son dénominateur est composé uniquement de puissances de 2 et/ou de puissances de 5.

Exemple : 1 ; 2 ; 3,6 ; $5/2$; -3,64 ; etc.

Les nombres rationnels

- Leur ensemble est noté $\mathcal{Q}$.
- Ils peuvent être écrits sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ (a et b étant des entiers $\neq 0$).
- Ils sont la solution à une équation du type : $b \times x = a$, puisque $x = \frac{a}{b}$.
- Les nombres avec une virgule suivie d'une suite périodique sont des rationnels non-décimaux.

Les nombres irrationnels ou réels

- Leur ensemble est noté $\mathcal{R}$.
- Les nombres réels englobent tous les nombres.
- Ils peuvent être rationnels ou irrationnels (exemple : $\sqrt{2}$)

Méthode

1) Reconnaître deux fractions égales

- ✓ Appliquer la règle de trois pour ces deux fractions (= produit en croix).
- ✓ Vérifier l'égalité.

Exemple : On cherche à savoir si $\frac{12}{15}$ et $\frac{8}{10}$ sont égales.

On applique la règle de trois : $12 \times 10 = 120$ et $15 \times 8 = 120$.

Les deux fractions sont donc égales.



LES ENSEMBLES DE NOMBRES

2) Trouver une fraction égale à une autre fraction

- ✓ Multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur de la fraction par un même nombre entier non nul.

Exemple : On cherche une fraction égale à $\frac{8}{10}$.

On peut diviser 8 et 10 par le chiffre 2. On obtient $\frac{4}{5}$

3) Obtenir une fraction irréductible

- ✓ Chercher le plus grand diviseur commun (pgcd) en décomposant le nombre en produits de facteurs premiers.
- ✓ Diviser le numérateur et le dénominateur par le pgcd.

Exemple : On cherche la fraction irréductible égale à $\frac{440}{336}$.

$440 = 2^3 \times 5 \times 11$ et $336 = 2^4 \times 3 \times 7$. Le pgcd est donc égal à 2^3 .

$\frac{440 \div 2^3}{336 \div 2^3} = \frac{55}{42}$. La fraction irréductible est donc $\frac{55}{42}$.

4) Comparer deux fractions

- ✓ Si les dénominateurs sont égaux, la fraction la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.
- ✓ Si les numérateurs sont égaux, la fraction la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.
- ✓ Si le numérateur et le dénominateur des deux fractions sont différents, on a trois options :

- On remplace chaque fraction par une fraction égale
- On calcule les valeurs décimales approchées de ces deux fractions
- On situe les fractions par rapport à des nombres simples (*exemple : $\frac{7}{15} < \frac{1}{2}$*).

5) Intercaler une fraction entre deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{a'}{b}$

Méthode 1



LES ENSEMBLES DE NOMBRES

- ✓ Multiplier les deux fractions (numérateur et dénominateur) par 10. Toutes les fractions comprises entre les fractions obtenues peuvent être intercalées entre $\frac{a}{b}$ et $\frac{a'}{b}$.

Méthode 2

La demi-somme de $a + a'$ est plus grande que a mais plus petite que a' . On en déduit :

$$\frac{a+a'}{2} = \frac{1}{2} \times (a + a')$$

La fraction ainsi obtenue sera donc comprise en $\frac{a}{b}$ et $\frac{a'}{b}$.

Exemple : On veut intercaler un nombre entre $\frac{87}{93}$ et $\frac{88}{93}$.

$$\frac{a + a'}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{87 + 88}{93} = \frac{175}{186}$$

6) Trouver la partie entière d'une fraction (division euclidienne)

Pour une fraction $\frac{a}{b}$ positive

- ✓ Calculer le quotient (q) et le reste (r) de la division de a par b grâce à la division euclidienne :

$$a = (b \times q) + r$$

avec $r < b$

- ✓ Le **quotient** = partie entière

- ✓ Le **reste** = numérateur de la fraction complémentaire :

$$\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}$$

avec $\frac{r}{b} < 1$

Pour une fraction $\frac{-a}{b}$ négative.

- ✓ La méthode est la même. Attention : le reste est toujours positif. Il sera donc différent de celui trouvé pour la fraction positive.

$$-a = (b \times -q) + r$$



LES ENSEMBLES DE NOMBRES

7) Écrire un rationnel non-décimal avec une suite périodique sous fractionnaire

- ✓ Appeler x le nombre donné.
- ✓ Appeler x le nombre donné.
- ✓ Multiplier x par une puissance de 10, de façon à obtenir un nombre 1 qui englobe la première période (= où la virgule est située après la première période).
- ✓ Multiplier x par une puissance de 10, de façon à obtenir un nombre 2 qui n'englobe pas la première période (= où la virgule est située avant la première période).
- ✓ Soustraire le nombre 1 et le nombre 2 pour obtenir la fraction.

Exemple : On veut trouver la forme fractionnaire de $15,0\overline{32}$ (=15,03232...)

$$x = 15,0\overline{32}$$

$$1000 x = 15032,323232...$$

$$10 x = 150,323232...$$

$$1000 x - 10 x = 15032,323232... - 150,323232...$$

$$990 x = 15032 - 150 = 14882$$

$$x = \frac{14882}{990} = \frac{7441}{495}$$

8) Approximation décimale d'un nombre réel

a) Valeur approchée

On distingue la valeur approchée par défaut : $a < x < a + p$

Et la valeur approchée par excès : $a - p < x < a$

b) Arrondi

On arrondit à l'unité, au dixième, au centième, etc., systématiquement à l'unité supérieure quand le dernier chiffre est égal ou supérieur à 5.

c) Troncature

Il suffit de « couper » le nombre au rang demandé.

